

Grundlagen der Informatik, 04WM

Ausgabe 10.11.04 Übungsaufgabe
Kontrolle ab 22.11.04

4

Aufgabe 4.1

Der unten angegebene Algorithmus berechnet für gegebene nichtnegative ganze Zahl x und ganze Zahl b mit $1 < b$ die Darstellung der Zahl x zur Basis b . Diese Darstellung wird im Feld a abgespeichert.

$W(a, i)$ sei wie folgt definiert:

- (1) Für $i = lg$ sei $W(a, i) = 0$.
- (2) Für i mit $0 \leq i < lg$ sei $W(a, i)$ der Wert der Zahl, die durch den Feldabschnitt $a[i..lg - 1]$ dargestellt wird.

Zeigen Sie, dass die als Vorbedingung, Invariante und Nachbedingung bezeichneten Bedingungen jedesmal erfüllt sind, wenn die Algorithmenausführung die betreffenden Stellen passiert.

```
public static void test(int x, int lg, int b){
    // 1 < b und 0 < lg und 0 <= x
    int[] a = new int[lg]; // Binaerdarstellung der eingegebenen Zahl
    int i = lg; // aktuelle Binaerstelle, deren Wert zu berechnen ist
    int u = x; // verbleibende Grösse,
                // deren Binaerdarstellung zu berechnen ist
    /* Vorbedingung:
     *      x = u * b^(lg-i) + W(a,i)
     *      und 0 <= i <= lg
     */
    while (i != 0)
        /* Invariante:      x = u * b^(lg-i) + W(a,i)
                           und 0 <= i <= lg
                           Groessenmass fuer Nachweis der Termination: i
                           */
        {
            /*      x = u * b^(lg - i) + W(a,i)
             *      und 0 < i <= lg
             */
            i = i - 1;
            a[i] = u % b;
            u = u / b;
        }
    // Nachbedingung: x = u * b^(lg) + W(a,0)
}
```

<

Aufgabe 4.2

- (1) Behauptung: Nachstehender Algorithmus berechnet die n -te Potenz einer gegebenen ganzen Zahl y .

Stimmt das? Begründen Sie Ihre Antwort!

```
long z, u, v;
int y, n;
// Annahme  $0 \leq n$ 
z=1; u=n; v=y;
// Vor:  $z * v^u = y^n$ ,  $0 \leq u$ 
while (u != 0)
    // Inv:  $z * v^u = y^n$ ,  $0 \leq u$ 
    {
        if (u % 2 == 1) { //  $u = ((u-1)/2) + 1$ 
            z=z*v;
            u = (u-1) / 2;
        }
        else //  $u = (u-1)/2$ 
            u = u / 2;
        //  $z * v^{(2*u)} = y^n$ 
        v = v*v;
    }
//  $z=y^n$ 
```

Aufgabe 4.3 Kosten

◁

- (1) Überlegen Sie, wie sich die Abarbeitungszeit des Algorithmus aus Aufgabe 4.2 entwickelt, wenn der Eingabewert der Variablen n verdoppelt wird.
- (2) Vergleichen Sie dieses Zeitverhalten mit dem des bereits implementierten Algorithmus für die Berechnung des Produkts zweier ganzer Zahlen.

◁

Aufgabe 4.4

- (1) Überlegen Sie, wie Sie den Grundgedanken des Algorithmus aus Aufgabe 4.2 auf die Berechnung des Produkts zweier ganzer Zahlen übertragen können.
- (2) Implementieren Sie diesen Algorithmus.
- (3) Prüfen Sie das Zeitverhalten experimentell.

◁

Prof. Dr. U. Petermann
HTWK Leipzig, FB IMN
Postfach 300066
D-04251 Leipzig

WWW : www.imn.htwk-leipzig.de/~uwe
E-mail : uwe@imn.htwk-leipzig.de
Tel. : +49 341 30 766 256
